ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Романовой Елены Юрьевны
“Метод подобных операторов в исследовании оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией“,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Романовой Е.Ю. посвящена исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов Дирака в лебеговых пространствах, порожденных периодическими, антипериодическими краевыми условиями и краевыми условиями Дирихле, а также исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов с инволюцией с матричнозначным потенциалом в гильбертовых пространствах. К необходимости исследования таких операторов приводят различные задачи квантовой физики, механики, химии и т.д. Оператор Дирака был введен в 1929 году в процессе изучения релятивистской модели эволюции спин-1/2 частицы в электромагнитном поле. Дифференциальный оператор с инволюцией довольно часто возникает в теории фильтрации.

В качестве метода исследования спектральных свойств дифференциальных операторов выбран метод подобных операторов. Данный метод выбран обоснованно, поскольку при использовании стандартных методов для изучения введенных дифференциальных операторов возникает ряд затруднений, например, связанных с тем, что возмущение не является ограниченным оператором. Истоки метода подобных операторов лежат в методе Пуанкаре нормальных форм для обыкновенных дифференциальных уравнений. Данный метод был представлен впервые К. Фридрихсом для возмущенных спектром, а дальнейшее свое развитие получил в работах А.Г. Баскакова и его учеников, использующих технику абстрактного гармонического анализа линейных операторов. Суть метода подобных операторов состоит в преобразовании подобия изучаемого (возмущенного) оператора в оператор со спектральными

свойствами, наиболее близкими к спектральным свойствам невозмущенного оператора. Спектральные свойства оператора Дирака уже изучались в статье А.Г. Баскакова, А.В. Дербушева, А.О. Щербакова (Ивестия РАН. Серия Математика 2011, т.75, № 3,с.3-28). Однако, данный оператор исследовался в случае потенциала из гильбертова пространства. В рецензируемой диссертации спектральные свойства оператора Дирака исследуются в лебеговых пространствах. Исследованию дифференциального оператора с инволюцией посвящены работы А.П. Хромова и М.Ш.Бурлуцкой, где результаты были получены с помощью метода Фурье. Поэтому тема диссертации является актуальной, при этом она представляет интерес не только с теоретической точки зрения, но и с прикладной.

Остановимся кратко на содержании диссертации, состоящей из введения, трех глав и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 107 страниц.

Во введении автор приводит краткую историческую справку, определяет цели исследований, обосновывает актуальность поставленной задачи, описывает основные результаты, вынесенные на защиту.

В первой главе диссертации содержатся сведения из спектральной теории операторов, теории полугрупп, основные понятия и утверждения метода подобных операторов, необходимые для дальнейшего изложения.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию спектральных свойств оператора Дирака, действующего в лебеговых пространствах (в одном из пространств $L_p([0,2\pi],\mathbb{C}^2), 1 \leq p \leq \infty$, или $C_b([0,2\pi],\mathbb{C}^2)$) и задаваемого одними из следующих краевых условий: периодическими, антипериодическими, условиями Дирихле. Дается подробное описание построения абстрактной схемы применения метода подобных операторов для операторов, близких по своим свойствам к рассматриваемому оператору Дирака. Затем приводится применение данной схемы для исследуемого оператора Дирака в лебеговых пространствах. Результатом выше указанных исследований является теорема 2.4 о подобии, устанавливающая подобие каждого рассматриваемого оператора Дирака оператору, являющемуся прямой суммой операторов с конечным

рангом. Такой результат является основой для последующего спектрального анализа изучаемого оператора в лебеговых пространствах. Также получены асимптотика спектра и равносходимость спектральных разложений Основные реузльтаты этой главы являются развитием результатов, полученных в статье А.Г. Баскакова, А.В. Дербушева, А.О. Щербакова (Ивестия РАН. Серия Математика 2011, т.75, № 3,с.3-28), где исследуемый оператор рассматривался в гильбертовом пространстве. Отмечу, что в случае лебеговых пространств абстрактная схема применения метода подобных операторов довольно сильно отличается от такой же схемы в случае гильбертовых пространств.

Третья глава диссертации посвящена исследованию спектральных свойств дифференциального оператора с инволюцией $L : D(L) \subset L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m) \to L_2([0,\omega],\mathbb{C}^m)$, рассматриваемого в гильбертовых пространствах и задаваемого на промежутке $[0,\omega]$ периодическими краевыми условиями с помощью дифференциального выражения $L(y) = y'(x) - Q(x)y(\omega - x), x \in [0,\omega], Q \in L_2([0,\omega], End\,\mathbb{C}^m)$. Дается подробное описание построения схемы применения метода подобных операторов для операторов, близких к рассматриваемому дифференциальному оператору с инволюцией, и приводится применение данной схемы для исследуемого дифференциального оператора с инволюцией. Одним из основных результатов выше указанных исследований является теорема о подобии (теорема 3.1), устанавливающая подобие рассматриваемого дифференциального оператора с инволюцией оператору, являющемуся прямой суммой операторов с конечным рангом. Такой результат является основой для последующего спектрального анализа изучаемого оператора. Получены асимптотика спектра и равносходимость спектральных разложения возмущенного и невозмущенного операторов. Также приводятся результаты об асимптотике спектра, равносходимости спектральных разложений (теорема 3.9) и выписывается асимтотическое представление группы (теорема 3.10), генерируемой исследуемым дифференциальным оператором с инволюцией в случае скалярного потенциала, т.е. в случае $L : D(L) \subset L_2[0,\omega] \to L_2[0,\omega]$.

По диссертации имеется несколько замечаний:

1. В теореме 1.5 пропущено требование об отсутсвии у оператора

непрерывного спектра.

2. В § 3.2 делается излишнее предположение о том, что оператор iA является генератором группы изометрий (это свойство будет автоматически выполняться для самосопряженного оператора A).

3. Было бы интересно провести исследования оператора Дирака, когда функции P и Q являются только лишь суммируемыми.

Указанные замечания представляются несущественными для оценки диссертации в целом. Третье замечание является пожеланием для дальнейшего исследования. Основные результаты диссертации являются новыми, теории операторов и гармонического анализа.

Представленная диссертация Романовой Е.Ю. "Метод подобных операторов в исследовании оператора Дирака и дифференциального оператора с инволюцией" является научно-квалификационной работой, удовлетворяет всем требованиям п.9. Положения о присуждении ученых степеней ВАК РФ, предъявляемых к кандидатским диссертациям, а ее автор Романова Елена Юрьевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Официальный оппонент заведующий
кафедрой функционального анализа
и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВПО "СОГУ"
доктор физико-математических наук, доцент М.С. Бичегкуев

Контактные данные:
Адрес: 362040 РСО-Алания, г. Владикавказ ул. Революции 5/7
Тел.: +7(928)860-83-43
E-mail: bichegkuev@yandex.ru

Подпись доцента М.С. Бичегкуева заверяю
Ученый секретарь ученого совета ФГБОУ ВПО "СОГУ" Ф.А. Кокаева

24.10.2015.